Wymagania edukacyjne na poszczególne oceny z przedmiotu matematyka- poziom rozszerzony

| **Dział programu** | **Wymagania konieczne****(ocena dopuszczająca)****Uczeń:** | **Wymagania podstawowe****(ocena dostateczna)****Uczeń potrafi to, co na ocenę dopuszczającą oraz:** | **Wymagania rozszerzające****(ocena dobra)****Uczeń potrafi to, co na ocenę dostateczną oraz:** | **Wymagania dopełniające****(ocena bardzo dobra)****Uczeń potrafi to, co na ocenę dobrą oraz:** | **Wymagania wykraczające****(ocena celująca)****Uczeń potrafi to, co na ocenę bardzo dobrą oraz:** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.** **Liczby rzeczywiste** | * podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
* rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)
* rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
* stosuje cechy podzielności liczb
* podaje dzielniki danej liczby naturalnej
* znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
* porównuje liczby wymierne
* podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
* zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
* przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
* wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia
* wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe
* wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
* oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
* wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego
* wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
* usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
* przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
* szacuje wartości liczb niewymiernych
* zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej
* oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
* zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
* upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
* stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
* wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)
* interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego
* oblicza procent danej liczby
* oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
* wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
* posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych
 | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
* stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
* wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu
 | * stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
* przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki)
* wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a ∙ k + r*
* konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
* wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
* zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
* porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
* wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
* wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia
* usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
 | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)
* stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń
* oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
* rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
 | * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
* udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
* dowodzi niewymierności niektórych liczb, np.
* dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych
 |
| **2.** **Język matematyki** | * posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
* opisuje symbolicznie dane zbiory
* wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
* posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów
* zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
* wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
* wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej
* rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
* zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
* wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
* mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
* zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
* stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
* stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
* oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
* stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu
 | * + zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. *A* = {*x*  **R**: *x*  –4  *x* < 1} = <–4; 1)
* stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu ,
 | * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
* zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
* wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
* zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
* przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
* stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
* stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach
* usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu
* stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
* stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
* upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
* wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej
 | * wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu
* zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej
* wyprowadza wzory skróconego mnożenia
 | * formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
* dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej
 |
| **3.** **Układy równań** | * podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
* sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań
* do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
* wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
* rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)
* określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach
* rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach
 | * stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
 | * zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe
* dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
* określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
* dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
* rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
* zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
 | * stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych
 | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem
* stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych
 |
| **4.** **Funkcje** | * rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
* określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
* poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
* odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
* odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
* na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
* określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
* wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
* wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
* oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
* odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
* sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
* wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
* rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
* posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego
* oblicza współrzędne wektora
* sporządza wykresy funkcji: , , , $y=-f\left(x\right)$, na podstawie danego wykresu funkcji
* wyznacza współczynnik proporcjonalności
* podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
* szkicuje wykres funkcji $f\left(x\right)=\frac{a}{x}$ dla danego *a* > 0 i *x* > 0
 | * sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji  (proste przypadki)
* stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
* wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
* stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
 | * rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
* przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
* na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* dla ustalonej wartości *m*
* na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  dla ustalonej wartości *m*
* odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*)
* szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
* wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów
* znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor
* zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor
* szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji
* sporządza wykres funkcji: $y=f(\left|x\right|)$, jeśli ma dany wykres funkcji
* stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu
 | * sporządza wykres funkcji: $y=f(\left|x\right|)$, jeśli ma dany wykres funkcji
* stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu
 | * na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
* udowadnia, że funkcja np. nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji
 |
| **5.** **Funkcja liniowa** | * rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
* rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
* oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu
* wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
* oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
* interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
* wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
* rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne
* odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
* wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
* wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
* sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
* przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
* stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
* wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
* wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
* rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
* określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
 | * sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
* określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
 | * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
* oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
* sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
* znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
	+ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
 | * rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
* sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
* oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
* sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
* znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
* rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
* opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych
* rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem
* stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym
* analizuje własności funkcji liniowej
 | * określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
* wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
* rozwiązuje układ równań z parametrem
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej
* wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt
* udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych
 |
| **6.** **Planimetria** | * rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
* stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
* sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
* udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
* wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
* udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
* zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
* wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
* sprawdza, czy dane figury są podobne
* oblicza długości boków figur podobnych
* stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
* wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
* rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
 | * udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
* stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach
 | * przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
* stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
* wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
 | * rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
* rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
* stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań
 | * przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
* przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
* rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
* stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
* stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur
 |
| **7.** **Funkcja kwadratowa** | * szkicuje wykres funkcji i podaje jej własności
* sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
* szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
* ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji
* przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
* oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
* oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
* rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
* określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
* rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
* wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
* przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje
* odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
* rozwiązuje nierówności kwadratowe
* rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*)
 | * znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
* rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*)
 | * szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
* znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
* znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności
 | * rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
* znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
* szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej
 | * przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
* wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
* wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
* szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
 |
| **8.** **Zastosowania funkcji kwadratowej** | * rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory
* wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość
* przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki
* rozwiązuje nierówności kwadratowe
* zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
* rozwiązuje równania dwukwadratowe
* rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
* rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
 | * rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania
* stosuje wzory Viète’a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego
* stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
* przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki
 | * rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
* stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe
* rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach
* zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
* stosując wzory Viète’a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego
* układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki
 | * rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki
* wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
* stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
* rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach wyprowadza wzory Viète’a
 | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem
 |
| **9.** **Wielomiany** | * podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
* zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
* oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
* wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
* szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
* określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
* podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
* stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów
* rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
* rozwiązuje proste równania wielomianowe
* wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
* dzieli wielomian przez dwumian $x-a$
* sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
* zapisuje wielomian w postaci $w(x)=p(x)q(x)+r$
* wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
* sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x-a$ bez wykonywania dzielenia
* sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
* określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
* rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach
* wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
 | * znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
* szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
* dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
* rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
* opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach
* oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
 | * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
* określa stopień wielomianu w zależności od parametru
* oblicza sumę współczynników wielomianu
* stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
* wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory $a^{n}-1=\left(a-1\right)\left(a^{n-1}+…+1\right)$

oraz $a^{n}-b^{n}=\left(a-b\right)\left(a^{n-1}+a^{n-2}⋅b+…+a⋅b^{n-2}+b^{n-1}\right)$* stosuje wzory $a^{3}\pm b^{3}$ do usuwania niewymierności z mianownika
* rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
* stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów
* rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
* dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x)=p(x)q(x)+r(x)$
* sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x-p)(x-q)$ bez wykonywania dzielenia
* dzieli wielomian przez dwumian $x-a$, stosując schemat Hornera
* wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki
* rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
* rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
 | * stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
* wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
* rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych
* opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach
 | * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
* rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
* stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
* przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
* przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
 |
| **10.** **Funkcje wymierne** | * szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a\ne 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
* przesuwa wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu
* podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, aby otrzymać wykres $y=\frac{a}{x-p}+q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji $y=\frac{a}{x-p}+q$
* dobiera wzór funkcji do jej wykresu
* przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
* wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej
* wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
* oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
* upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
* wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
* rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
 | * rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach
* wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
* stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
* wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
 | * wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
* przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
* szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach
* wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
* wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
* szkicuje wykresy funkcji $y=\left|\left.f(x)\right|\right.$, $y=f(\left|\left.x\right|)\right.$, $y=\left|\left.f(\left|x\right|)\right|\right.$, gdzie *f* jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności
* wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach
* mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
* przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
* rozwiązuje równania i nierówności wymierne
* znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej
* rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
* rozwiązuje układy nierówności wymiernych wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
 | * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
* stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach
* zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki
* rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem
 | * przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności
* stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
* wyznacza liczbę rozwiązań równań $\left|\left.f(x)\right|\right.=m$, $f(\left|\left.x\right|)\right.=m$ i $\left|\left.f(\left|x\right|)\right|\right.=m$, gdzie *f* jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru *m*
* stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności
 |
| **11.** **Trygonometria** | * stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
* wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
* podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30º, 45º, 60º
* odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
* odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
* rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
* stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
* stosuje wzory: $\sin(\left(180^{o}-α\right))=\sin(α),\cos(\left(180^{o}-α\right))=-\cos(α)$$tg\left(180^{o}-α\right)=-tgα$, $ctg\left(180^{o}-α\right)=-ctgα$ do obliczania wartości wyrażenia
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
* zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
* stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P=\frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: $P=\frac{a^{2}\sqrt{3}}{4}$
* rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
* wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach
 | * wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w przypadkach o średnim stopniu trudności
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w przypadkach o średnim stopniu trudności
 | * wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
* wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
* uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
* stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych
* stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
* uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $α$ i 9$0^{o}-α$
* wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
* przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta
* uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną
* wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań
* stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P=\frac{1}{2}ab\sin(γ)$
 | * wyprowadza wzór $P=\frac{1}{2}ab\sin(γ)$
* oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
* wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
* uzasadnia niektóre własności czworokątów
 | * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
* uzasadnia związki miarowe w czworokątach
* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach
 |
| **12.** **Planimetria** | * rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
* oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
* określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
* wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
* oblicza pole koła i pole wycinka koła
* oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
* określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
* rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
* stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
* sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
* stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
* sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg

stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach | * opisuje własności wielokątów foremnych
* oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
* wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
* oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
* stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
* stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
* wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta
 | * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
* oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
* wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
* korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
* stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
* stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt
* stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
* przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku
 | * stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
* przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku
 | * przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
* udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności
* udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii
* przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
* rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
 |
| **13.** **Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna** | * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym
* upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
* oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
* sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
* wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
* szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
* szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
* oblicza logarytm danej liczby
* stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
* stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
* szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
* oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
* wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
* szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(*|x*|), gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej *y* = *f*(*x*)
* stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach
* wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach
 | * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych
* szkicuje wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(*|x*|), gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej *y* = *f*(*x*)
* stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
 | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
* porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach
* podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
* wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
* stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
* szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|) w trudniejszych przypadkach
* rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej
* rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i  monotoniczności funkcji wykładniczej
* rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej
 | * wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej
* zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej
* wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
* udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. $log\_{2}3$
 | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
* udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu
 |
| **14.** **Funkcje trygonometryczne** | * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
* zaznacza kąt w układzie współrzędnych
* określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150°
* określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne– w prostych przypadkach
* zapisuje miarę danego kąta w postaci $k⋅360°+α, k\in Z$
* zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
* odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
* szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
* szkicuje wykres funkcji $y=f\left(x-p\right)+q$, gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
* szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi *OX*
* szkicuje wykresy funkcji $y=af\left(x\right)$oraz $y=\left|f(x)\right|$, gdzie $f $jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności– w prostych przypadkach
 | * uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
* stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
* zapisuje dany kąt w postaci $k⋅\frac{π}{2}\pm α$ lub $k⋅90°\pm α$, gdzie $k\in Z$
* stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
* rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
* posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
 | * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°
* stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
* wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
* szkicuje wykres funkcji okresowej
* stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
* stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
* szkicuje wykresy funkcji $y=f\left(ax\right)$oraz $y=f\left(\left|x\right|\right)$, gdzie $y=f\left(x\right)$jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
* na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
* stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
 | * udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
* stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
* stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta
 | * wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
* rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych– o znacznym stopniu trudności
* rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia
 |
| **15.** **Geometria analityczna** | * oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
* stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
* wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
* stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
* oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
* stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
* podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
* podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
* wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
* podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
* opisuje koło w układzie współrzędnych
* sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
* rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
 | * wykonuje działania na wektorach
* sprawdza, czy wektory są równoległe
* stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
* stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
* wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
* rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
* wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych
 | * wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
* stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
* sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
* wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
* stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
* określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
 | * wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
* stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
* podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
* opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
* stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
* stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach
 | * wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
* rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności
 |
| **16.** **Ciągi** | * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
* wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
* szkicuje wykres ciągu
* wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
* wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
* podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
* uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
* wyznacza wyraz $a\_{n+1}$ciągu określonego wzorem ogólnym
* bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
* wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
* wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
* podaje przykłady ciągów arytmetycznych
* wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
* określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
* wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
* stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
* sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
* oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* podaje przykłady ciągów geometrycznych
* wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
* wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
* określa monotoniczność ciągu geometrycznego
* sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
* oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny– w prostych przypadkach
* stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu– w prostych przypadkach
* oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
* oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania– w prostych przypadkach
* ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
* ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
 | * podaje granice ciągów $a\_{n}=q^{n}$, gdy $q\in \left(-1;1\right)$, $a\_{n}=\frac{1}{n^{k}}$, gdy *k* > 0 oraz $a\_{n}=\sqrt[n]{a}, gdy a>0$
* rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
* stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a\_{n}=q^{n}$dla $q > 1$ oraz $a\_{n}=n^{k}$ dla $k>0$
* oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
* sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach
 | * wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
* bada monotoniczność ciągów
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
* rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
* stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
* uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
 | * stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę *n* początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
* rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
* oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
* uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
* oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
* wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
* stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
* rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
* zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły
 | * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
* rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
* wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej
 |
| **17.** **Rachunek różniczkowy** | * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
* oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
* oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
* wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
* wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
* wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
* wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
* sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
* oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
* stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią *OX –* w prostych przypadkach
* wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
* wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
* stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
 | * wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
* stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
* korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
* podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
* wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
* uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
* wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
* rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
* podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
* szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności
 | * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
* uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
* oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y=\sqrt{ f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
* stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
* oblicza granice funkcji w nieskończoności
* wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
* bada ciągłość funkcji
* wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
* stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
* oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
* stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX –* w trudniejszych przypadkach
* uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
* stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
* wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
 | * wyznacza pochodną funkcji złożonej
* stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
* wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
* uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
* wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
* wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
* uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
* wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
* rozwiązuje zadania optymalizacyjne
* bada własności funkcji i szkicuje jej wykres
 | * wyprowadza wzory na pochodne funkcji
* wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
* wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności
 |
| **18.** **Statystyka** | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
* odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
* oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
* oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami
 | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych w zadaniach o średnim stopniu trudności
* odczytuje informacje ze skali centylowej – w zadaniach o średnim stopniu trudności
* oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych w zadaniach o średnim stopniu trudności
* oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami w zadaniach o średnim stopniu trudności
 | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
* odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
* wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
* oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
 | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
* rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach
 | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
 |
| **19.** **Rachunek prawdopodobieństwa** | * wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
* stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
* przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
* wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
* wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
* oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
* oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
* oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
* oblicza wartość symbolu Newtona
* oblicza liczbę kombinacji –w prostych sytuacjach
* stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
* wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności
* określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
* wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
* określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
* wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
* stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
* stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
* oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach
* sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach
* oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach
* stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach
* ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
* oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
* podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach
* oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach
* rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa
 | * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
* podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
* oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
* stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w typowych sytuacjach
* oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w typowych sytuacjach
* oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w typowych sytuacjach
* stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania *k* sukcesów w *n*próbach – w typowych przypadkach
* oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w typowych przypadkach
 | * stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
* oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
* oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
* oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
* oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
* stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
* stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
* stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
* oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
* oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
* ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
* stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania *k* sukcesów w *n*próbach – w złożonych sytuacjach
* podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach
* rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach
 | * stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w trudnych sytuacjach
* oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w trudnych sytuacjach
* oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w trudnych sytuacjach
* oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w trudnych sytuacjach
* oblicza liczbę kombinacji – w trudnych sytuacjach
* stosuje własności trójkąta Pascala
* wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci (*a* + *b*)*n* i wyznaczenia współczynników wielomianów
* uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
* stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w trudnych sytuacjach
* stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w trudnych sytuacjach
* stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
* oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w trudnych sytuacjach
* oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w trudnych sytuacjach
* stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia
* stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej *k* sukcesów w *n* próbach
* oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach
 | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa
* udowadnia wzór Bayesa
* stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
 |
| **20. Graniastosłupy i ostrosłupy** | * wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
* wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
* określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
* wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa
* oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa
* rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
* oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach
* oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego
* wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
* wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach
* wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach
* rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
* na rysunku prostopadłościanu (sześcianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach
 | * wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w przypadkach o średnim stopniu trudności
* wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w przypadkach średnim stopniu trudności
* stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach
* oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego
 | * przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
* stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
* stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii
 | * przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej
* stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu– w złożonych sytuacjach
* oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych
* przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
* stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań
* oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach
 | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach
 |
| **21. Bryły obrotowe** | * wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)
* zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli
* oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach
* rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach
* wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach
 | * oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w sytuacjach o średnim stopniu trudności
* rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w sytuacjach o średnim stopniu trudności
* stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w sytuacjach o średnim stopniu trudności
* wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w sytuacjach o średnim stopniu trudności
 | * stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach
 | * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli
* rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu
* rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku
* rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany
* wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań
* opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne)
 | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych
* wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego
 |
| **22. Przykłady dowodów w matematyce** | * przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb
* przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy
* uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost w prostych sytuacjach
* przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich
 | * przeprowadza dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy
* uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost
* przeprowadza typowe dowody dotyczące własności figur płaskich
 | * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych
* przeprowadza dowody dotyczące nierówności (np. wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną)
* stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy
* przeprowadza dowody dotyczące własności figur płaskich
* przeprowadza dowody nie wprost
 | * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych
* przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności (np. wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną)
* stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach
* przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich
* przeprowadza dowody nie wprost – w trudnych sytuacjach
 | * przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych)
 |