# Wymagania edukacyjne na poszczególne oceny z przedmiotu matematyka- poziom rozszerzony

| **Dział programu** | **Wymagania konieczne**  **(ocena dopuszczająca)**  **Uczeń:** | **Wymagania podstawowe**  **(ocena dostateczna)**  **Uczeń potrafi to, co na ocenę dopuszczającą oraz:** | **Wymagania rozszerzające**  **(ocena dobra)**  **Uczeń potrafi to, co na ocenę dostateczną oraz:** | **Wymagania dopełniające**  **(ocena bardzo dobra)**  **Uczeń potrafi to, co na ocenę dobrą oraz:** | **Wymagania wykraczające**  **(ocena celująca)**  **Uczeń potrafi to, co na ocenę bardzo dobrą oraz:** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.** **Liczby rzeczywiste** | * podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb * rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki) * rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone * stosuje cechy podzielności liczb * podaje dzielniki danej liczby naturalnej * znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb * porównuje liczby wymierne * podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych * zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu * przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach * wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia * wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe * wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych * oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego * wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu * przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki) * szacuje wartości liczb niewymiernych * zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki) * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki) * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki) * interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego * oblicza procent danej liczby * oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba * wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent * posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu | * stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp. * przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki) * wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a ∙ k + r* * konstruuje odcinki o długościach niewymiernych * wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki) * zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły * porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora * wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki) * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki) * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń * oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej * rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe | * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb * udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych) * dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. * dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych |
| **2.** **Język matematyki** | * posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony * opisuje symbolicznie dane zbiory * wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące * posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów * zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe * wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej * rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność * zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej * wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej * mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie * zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach * stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach * stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności * oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu | * + zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. *A* = {*x*  **R**: *x*  –4  *x* < 1} = <–4; 1) * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu , | * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru * zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą * wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych * zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych * przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych * stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych * stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu * stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki) * stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym * upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej * wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej | * wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej * wyprowadza wzory skróconego mnożenia | * formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach * dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej |
| **3.** **Układy równań** | * podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi * sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań * do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb * wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego * rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki) * określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach * rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach | * stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych | * zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe * dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem * określa, ile rozwiązań ma dany układ równań * dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony * rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia * zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego | * stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem * stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych |
| **4.** **Funkcje** | * rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami * określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym) * poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji * odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu) * odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji * na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne * określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji * wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów * wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym * oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji * odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach) * sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach) * rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem * posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego * oblicza współrzędne wektora * sporządza wykresy funkcji: , , , , na podstawie danego wykresu funkcji * wyznacza współczynnik proporcjonalności * podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu * szkicuje wykres funkcji  dla danego *a* > 0 i *x* > 0 | * sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji  (proste przypadki) * stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych * wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne * stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań | * rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych * przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach * na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* dla ustalonej wartości *m* * na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  dla ustalonej wartości *m* * odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*) * szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach * wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów * znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor * zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor * szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji * sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji * stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu | * sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji * stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu | * na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem * udowadnia, że funkcja np. nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji |
| **5.** **Funkcja liniowa** | * rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu * rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem * oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu * wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej * oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej * interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej * wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne * rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne * odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność * wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych * sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej * przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie * stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej * rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną * określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej | * sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe * określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej | * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała * oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych * sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe * znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki   + rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi | * rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała * oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych * sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe * znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi * opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych * rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem * stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym * analizuje własności funkcji liniowej | * określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze * wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych * rozwiązuje układ równań z parametrem * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej * wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt * udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych |
| **6.** **Planimetria** | * rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne * stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach * sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt * udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki) * wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań * udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki) * zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań * sprawdza, czy dane figury są podobne * oblicza długości boków figur podobnych * stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych * wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne * rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa | * udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach | * przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie * stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych | * rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów * rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań | * przeprowadza dowód twierdzenia Talesa * przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie * rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa * stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur |
| **7.** **Funkcja kwadratowa** | * szkicuje wykres funkcji i podaje jej własności * sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej * szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności * ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji * przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie * oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii * rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia * określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika * rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki * wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje * odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej * rozwiązuje nierówności kwadratowe * rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*) | * znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu * rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*) | * szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności * znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu * znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności | * rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną * znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych * szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej | * przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej * wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli * wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego * szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej |
| **8.** **Zastosowania funkcji kwadratowej** | * rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory * wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki * rozwiązuje nierówności kwadratowe * zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych * rozwiązuje równania dwukwadratowe * rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania * rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania | * rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania * stosuje wzory Viète’a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego * stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym * przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki | * rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych * stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe * rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach * zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności * stosując wzory Viète’a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego * układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki | * rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki * wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej * stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych * rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach wyprowadza wzory Viète’a | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem |
| **9.** **Wielomiany** | * podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu * wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów * stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów * rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias * rozwiązuje proste równania wielomianowe * wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach * dzieli wielomian przez dwumian * sprawdza poprawność wykonanego dzielenia * zapisuje wielomian w postaci * wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach * sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia * sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki * określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych * rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach * wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej | * znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność * szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa * dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu * rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów | * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki * określa stopień wielomianu w zależności od parametru * oblicza sumę współczynników wielomianu * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych * wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach * stosuje wzory   oraz   * stosuje wzory do usuwania niewymierności  z mianownika * rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia * stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów * rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie * dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci * sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian bez wykonywania dzielenia * dzieli wielomian przez dwumian , stosując schemat Hornera * wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki * rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych * rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków | * stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków * wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi * rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych * opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach | * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń * rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego * stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu * przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci  *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku |
| **10.** **Funkcje wymierne** | * szkicuje wykres funkcji (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) * przesuwa wykres funkcji , gdzie , o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu * podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie , aby otrzymać wykres  w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji * dobiera wzór funkcji do jej wykresu * przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach * wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego * oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej * upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia * rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia | * rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach * wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych | * wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem * przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej * szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach * wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej * wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku * szkicuje wykresy funkcji , , , gdzie *f* jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach * mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną * rozwiązuje równania i nierówności wymierne * znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej * rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne * rozwiązuje układy nierówności wymiernych wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem | * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki * rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem | * przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności * stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań * wyznacza liczbę rozwiązań równań , i , gdzie *f* jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru *m* * stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności |
| **11.** **Trygonometria** | * stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach * wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30º, 45º, 60º * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego * odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta * rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku * stosuje wzory:  , do obliczania wartości wyrażenia * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych * zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej * stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: * rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności * wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach | * wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w przypadkach o średnim stopniu trudności * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w przypadkach o średnim stopniu trudności | * wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa * wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach * uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych * stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne * uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych i 9 * wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta * przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta * uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną * wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań * stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta | * wyprowadza wzór * oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach * wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów * uzasadnia niektóre własności czworokątów | * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa * uzasadnia związki miarowe w czworokątach * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach |
| **12.** **Planimetria** | * rozpoznaje kąty środkowe w okręgu * oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach * określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach * oblicza pole koła i pole wycinka koła * oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach * określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu * rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach * sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg * stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach * sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg   stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach | * opisuje własności wielokątów foremnych * oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego * wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych * oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach * stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym * stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym * wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta | * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach * oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego * wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań * korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań * stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach * stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt * stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym * przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku | * stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym * przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku | * przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu * udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności * udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów * rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności |
| **13.** **Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna** | * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach * oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów * sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej * wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres * szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności * szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności * oblicza logarytm danej liczby * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności * oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji * wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie * szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(*|x*|), gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej *y* = *f*(*x*) * stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach * wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach | * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych * szkicuje wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(*|x*|), gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej *y* = *f*(*x*) * stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach * podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej * stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń * szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|) w trudniejszych przypadkach * rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej * rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i  monotoniczności funkcji wykładniczej * rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej | * wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej * wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie * udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej * udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu |
| **14.** **Funkcje trygonometryczne** | * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu * zaznacza kąt w układzie współrzędnych * określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150° * określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta * wykorzystuje funkcje trygonometryczne– w prostych przypadkach * zapisuje miarę danego kąta w postaci * zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie * odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu * szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności * szkicuje wykres funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności * szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi *OX* * szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności– w prostych przypadkach | * uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów * stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach * zapisuje dany kąt w postaci lub , gdzie * stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów * rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne * posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych | * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080° * stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach * wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach * szkicuje wykres funkcji okresowej * stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości * stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej * szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności * na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności * stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens | * udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach * stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach * stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych * stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta | * wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta * rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych– o znacznym stopniu trudności * rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia |
| **15.** **Geometria analityczna** | * oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych * stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach * wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców * stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach * oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi * stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach * podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu * podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej * wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt * podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami * opisuje koło w układzie współrzędnych * sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła) * rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną | * wykonuje działania na wektorach * sprawdza, czy wektory są równoległe * stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów * stosuje działania na wektorach do podziału odcinka * wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych * rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne * wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych | * wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej * stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach * stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach * sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu * wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg * stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie * określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami | * wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem * stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów * podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia * opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny * stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach * stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach | * wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie * rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności |
| **16.** **Ciągi** | * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów * wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie * szkicuje wykres ciągu * wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów * wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach * podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki * uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny * wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym * bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach * wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach * wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach * podaje przykłady ciągów arytmetycznych * wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica * określa monotoniczność ciągu arytmetycznego * wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy * stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego * sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego * podaje przykłady ciągów geometrycznych * wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz * wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy * określa monotoniczność ciągu geometrycznego * sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego * wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny– w prostych przypadkach * stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu– w prostych przypadkach * oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji * oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania– w prostych przypadkach * ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość * ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach | * podaje granice ciągów , gdy , , gdy *k* > 0 oraz * rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy * stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: dla oraz dla * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach * sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach | * wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach * bada monotoniczność ciągów * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu * rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach * stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu * uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | * stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę *n* początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie * rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach * stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów * uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy * oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach * wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny * stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów * rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego * zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły | * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu * rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego * wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej |
| **17.** **Rachunek różniczkowy** | * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach * oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach * oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach * wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach * wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach * wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach * wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach * sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach * oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach * stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią *OX –* w prostych przypadkach * wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie * wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie * stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach | * wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach * stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach * korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów * podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu * wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum * uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum * wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach * rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach * podaje i stosuje schemat badania własności funkcji * szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności | * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie * uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie * oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci oraz granice funkcji trygonometrycznych * stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie * oblicza granice funkcji w nieskończoności * wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach * bada ciągłość funkcji * wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale * stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości * oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach * stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX –* w trudniejszych przypadkach * uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie * stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie * wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych | * wyznacza pochodną funkcji złożonej * stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji * wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach * uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze * wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna * wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach * uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji * wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym * rozwiązuje zadania optymalizacyjne * bada własności funkcji i szkicuje jej wykres | * wyprowadza wzory na pochodne funkcji * wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji * wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności |
| **18.** **Statystyka** | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych * odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych * oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych w zadaniach o średnim stopniu trudności * odczytuje informacje ze skali centylowej – w zadaniach o średnim stopniu trudności * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych w zadaniach o średnim stopniu trudności * oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami w zadaniach o średnim stopniu trudności | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami * odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach * wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami * rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |
| **19.** **Rachunek prawdopodobieństwa** | * wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia * stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach * przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach * wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru * wykonuje obliczenia, stosując definicję silni * oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach * oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach * oblicza wartość symbolu Newtona * oblicza liczbę kombinacji –w prostych sytuacjach * stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach * wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności * określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia * wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu * określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się * wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach * sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach * oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach * ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa * oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego * podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach * oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach * rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa | * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach * podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką * oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w typowych sytuacjach * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w typowych sytuacjach * oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w typowych sytuacjach * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania *k* sukcesów w *n*próbach – w typowych przypadkach * oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w typowych przypadkach | * stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach * oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach * oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach * oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach * stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach * oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach * ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania *k* sukcesów w *n*próbach – w złożonych sytuacjach * podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach * rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach | * stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w trudnych sytuacjach * oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w trudnych sytuacjach * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w trudnych sytuacjach * oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w trudnych sytuacjach * oblicza liczbę kombinacji – w trudnych sytuacjach * stosuje własności trójkąta Pascala * wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci (*a* + *b*)*n* i wyznaczenia współczynników wielomianów * uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w trudnych sytuacjach * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w trudnych sytuacjach * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w trudnych sytuacjach * oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w trudnych sytuacjach * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej *k* sukcesów w *n* próbach * oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa * udowadnia wzór Bayesa * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |
| **20. Graniastosłupy i ostrosłupy** | * wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne * wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę * określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi * wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa * oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa * rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu * oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach * oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego * wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy * wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach * wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach * rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną * na rysunku prostopadłościanu (sześcianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach | * wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w przypadkach o średnim stopniu trudności * wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w przypadkach średnim stopniu trudności * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach * oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego | * przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni * stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów * stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii | * przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej * stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu– w złożonych sytuacjach * oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii) * rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii) * oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych * przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań * oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii) * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach |
| **21. Bryły obrotowe** | * wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) * zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli * oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach * rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach * wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach | * oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w sytuacjach o średnim stopniu trudności * rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w sytuacjach o średnim stopniu trudności * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w sytuacjach o średnim stopniu trudności * wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w sytuacjach o średnim stopniu trudności | * stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach | * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku * rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany * wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań * opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne) | * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii) * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych * wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego |
| **22. Przykłady dowodów w matematyce** | * przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb * przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy * uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost w prostych sytuacjach * przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich | * przeprowadza dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy * uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost * przeprowadza typowe dowody dotyczące własności figur płaskich | * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych * przeprowadza dowody dotyczące nierówności (np. wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną) * stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy * przeprowadza dowody dotyczące własności figur płaskich * przeprowadza dowody nie wprost | * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności (np. wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną) * stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich * przeprowadza dowody nie wprost – w trudnych sytuacjach | * przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych) |